

AUTOMATES CELLULAIRES AGISSANT SUR DES SUITES PÉRIODIQUES

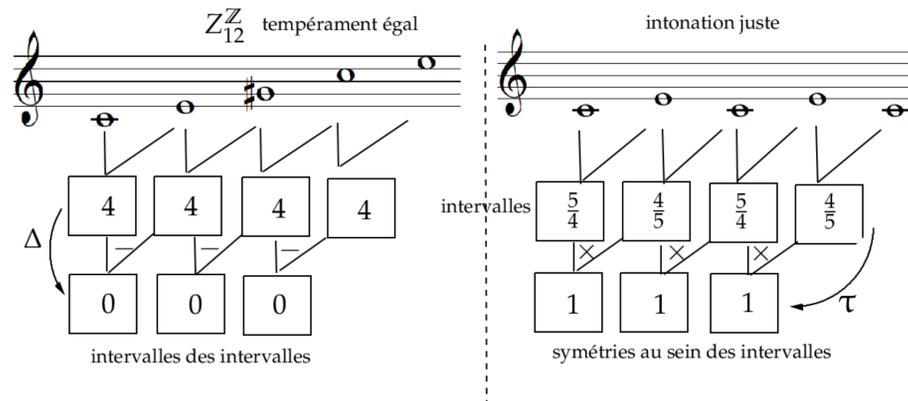
Paul Lanthier, Corentin Guichaoua, Rodolphe Bourotte
 Université de Rouen — CNRS (STMS–IRCAM) — Centre Iannis Xenakis

Un problème intéressant

Un lien naturel que l'on peut créer entre automates cellulaires et musique est fourni par notre écoute directe : lors de l'écoute de musique, nous sommes en effet amenés à effectuer un balayage local des fréquences que l'on perçoit et à réaliser un calcul ; le plus naturel est le calcul d'intervalles, mais on peut également citer la recherche de symétries.

Introduction

2 automates, τ et Δ , appliqués sur des séquences musicales

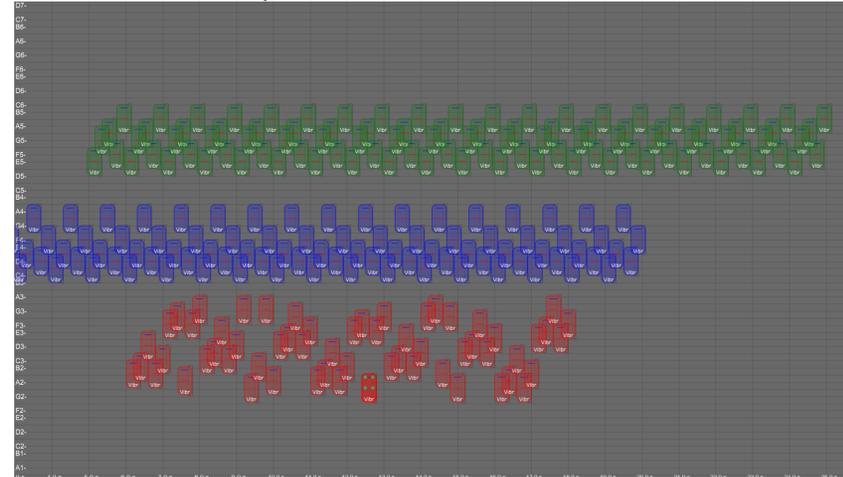


$$\begin{array}{c}
 \boxed{5} \ \boxed{6} \ \boxed{7} \ \boxed{9} \quad x \in \mathbb{Z}_{12}^{\mathbb{Z}} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \boxed{9} \ \boxed{6} \ \boxed{3} \ \boxed{9} \quad + \quad \boxed{8} \ \boxed{0} \ \boxed{4} \ \boxed{0} \\
 \sim \left(\boxed{3} \ \boxed{2} \ \boxed{1} \ \boxed{3}, \ \boxed{2} \ \boxed{0} \ \boxed{1} \ \boxed{0} \right) \\
 x_1 \in \mathbb{Z}_4^{\mathbb{Z}} \quad , \quad x_2 \in \mathbb{Z}_3^{\mathbb{Z}}
 \end{array}$$

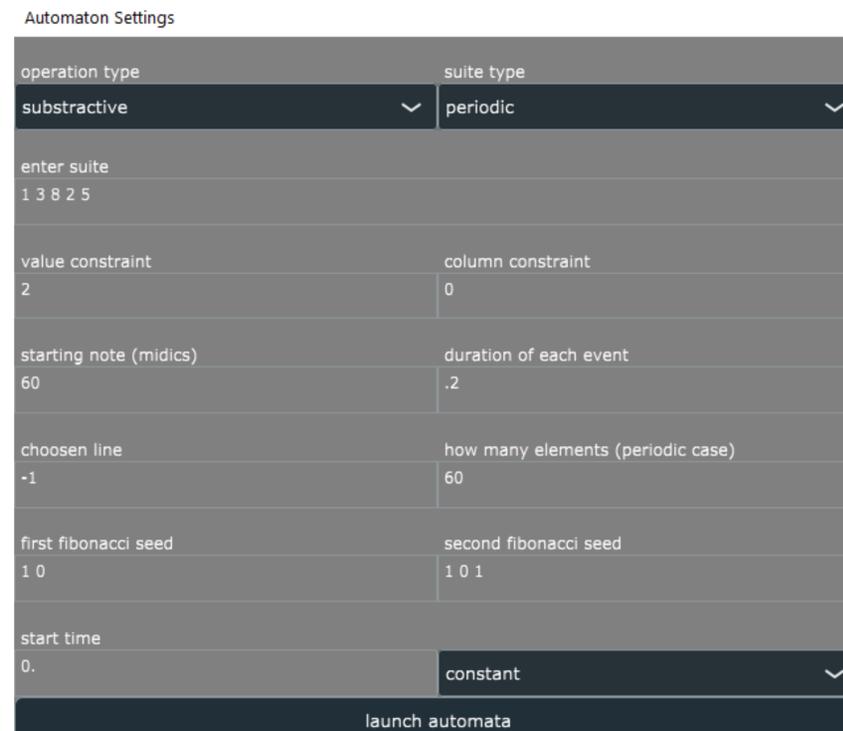
Décomposition (unique) selon les sous-groupes liés aux facteurs premiers.

Implémentation

Le logiciel UPISketch, hérité de l'UPIC de Xenakis, permettant de dessiner la musique mais aussi d'utiliser des transformations.



Utilisation du module automate pour utiliser des itérations des automates sur une suite de départ



Suites périodiques particulières

Décomposition unique en suite réductible (qui arrive à 0) et suite reproductible (qui se répète) [2,3]

$$\begin{array}{c}
 x \in \mathbb{Z}_9^{\mathbb{Z}} \quad \boxed{1} \ \boxed{3} \ \boxed{0} \ \boxed{1} \ \boxed{8} \ \boxed{5} \ \boxed{1} \ \boxed{3} \ \boxed{0} \ \dots \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \begin{array}{c}
 \boxed{1} \ \boxed{1} \ \boxed{7} \ \boxed{1} \ \boxed{1} \ \boxed{7} \ \dots \\
 \boxed{0} \ \boxed{6} \ \boxed{3} \ \boxed{0} \ \boxed{6} \ \boxed{3} \ \dots \\
 \boxed{6} \ \boxed{6} \ \boxed{6} \ \boxed{6} \ \boxed{6} \ \boxed{6} \ \dots \\
 \boxed{0} \ \boxed{0} \ \boxed{0} \ \boxed{0} \ \boxed{0} \ \boxed{0} \ \dots
 \end{array}
 \quad + \quad
 \begin{array}{c}
 \boxed{0} \ \boxed{2} \ \boxed{2} \ \boxed{0} \ \boxed{7} \ \boxed{7} \ \dots \\
 \boxed{2} \ \boxed{0} \ \boxed{7} \ \boxed{7} \ \boxed{0} \ \boxed{2} \ \dots \\
 \boxed{7} \ \boxed{7} \ \boxed{0} \ \boxed{2} \ \boxed{2} \ \boxed{0} \ \dots \\
 \boxed{0} \ \boxed{2} \ \boxed{2} \ \boxed{0} \ \boxed{7} \ \boxed{7} \ \dots
 \end{array}
 \end{array}$$

Résultats

Nous pouvons :

- Donner les caractérisations des suites réductibles et reproductibles pour les deux automates.
- Donner les temps associés aux notions de réductibilité et de reproductibilité.
- Calculer les images et les antécédents explicitement.
- Utiliser des résultats valables pour Δ sur τ .
- caractériser et contrôler l'évolution des périodes dans le sens des images et des antécédents

Perspectives

- Utiliser des intervalles réels ou rationnels.
- Utiliser des suites plus complexes que les suites périodiques.
- Utiliser des automates cellulaires probabilistes.

[1] A. Vieru, *The Book of Modes*, Editura Muzicala, 1993
 [2] M. Andreatta, D. T. Vuza, « On some properties of periodic sequences in Anatol Vieru's modal theory », *Tatra Mountain Mathematics Publications* 21 (2003)
 [3] P. Lanthier, C. Guichaoua, M. Andreatta. « Reinterpreting and Extending Anatol Vieru's Periodic Sequences Through the Cellular Automata Formalisms », Agustín-Aquino, O., Gomez-Martin, F., Montiel, M. (dir.), *Mathematics and Computation in Music*, Springer, Cham 2019